සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

13632

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1998 අගෝස්තු (නව නිර්දේශය)
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1998 ஆகஸ்ற் (புதிய பாடத்திட்டம்)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1998 (New Syllabus)

ව්‍යවහාරික ගණිතය II
பிரயோக கணிதம் II
Applied Mathematics II

06 S II

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ

අවශ්‍ය තන්හි දී ගුරුත්වජ ත්වරණය, $g = 10\text{ m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.

1. C ගුවන් යානයක්, l දිගැති AB ධාවන පථයක A කෙළවරට U වේගයෙන් ගොඩබැස, τ කාලයට පසු B හි දී නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. බිමේ ප්‍රතිරෝධය හා වාතයේ ප්‍රතිරෝධය පිළිවෙළින් ගුවන් යානයේ ඒකක ස්කන්ධයට a හා bv^2 වෙයි. මෙහි v යනු ගුවන් යානයේ ප්‍රවේගය ද a, b යනු නියත ද වෙයි. t වේලාවේ දී C ගුවන් යානය A කෙළවරේ සිට x දුරකින් වන විට, ගුවන් යානයේ චලිතයේ සමීකරණය ලියන්න.

   (v, t) සහ (x, v) විචල්‍යවල අවකල සමීකරණ ලබා ගෙන

   (i) $U = \sqrt{\dfrac{a}{b}}\tan\left(\sqrt{ab}\,\tau\right)$ බවත් (ii) $l = \dfrac{1}{2b}\ln\left(1 + \dfrac{b}{a}U^2\right)$ බවත්

   පෙන්වන්න.

2. ස්කන්ධය M ද පාදයක දිග $2a$ ද වූ ඒකාකාර කුහර ඝනකාකාර පෙට්ටියක් රළු තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. m ස්කන්ධයෙන් යුත් බට්ටෙක් සහිත $l\,(< a)$ දිගැති සරල අවලම්බයක් පෙට්ටියේ උඩ මුහුණතේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යයේ එල්ලා ඇත. අවලම්බය, උඩ මුහුණතේ ගැටෙන්නේ නැතිව සිරසෙන් දෙපසට ම සමුච්චකෝණ සාදමින් දෝලනය වෙයි. අවලම්බය සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට තන්තුවේ ආතතිය T සොයන්න.

   පිළිවෙළින් ඝර්ෂණ බලය හා පෙට්ටියත් මේසයත් අතර අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව F හා R නම්,

   $$\frac{F}{R} = \frac{\sin 2\theta}{\lambda + \cos 2\theta}$$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\lambda = 1 + \dfrac{2M}{3m}$

   μ යනු මේසයත් පෙට්ටියත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය විට $\mu \geq \dfrac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

3. t වේලාවේ දී Oxy තලයේ වූ P අංශුවක ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක (r, θ) යැයි සිතමු. $\overrightarrow{OP}$ ඔස්සේ ඒකක දෛශිකය $\mathbf{i}_r$ යැයි ද θ වැඩි වන දිශාවට $\mathbf{i}_r$ ට ලම්බ ඒකක දෛශිකය $\mathbf{i}_\theta$ යැයි ද සිතමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්

   (i) $\dot{\mathbf{i}}_r = \dot{\theta}\,\mathbf{i}_\theta$ බවත් (ii) $\dot{\mathbf{i}}_\theta = -\dot{\theta}\,\mathbf{i}_r$ බවත්

   සාධනය කරන්න. t වේලාවේ දී P ගේ $\mathbf{V}$ ප්‍රවේගය $\mathbf{V} = \dot{r}\,\mathbf{i}_r + \left(r\dot{\theta}\right)\mathbf{i}_\theta$

   මගින් ලැබෙන බව අපෝහනය කර $\mathbf{a} = \dfrac{d\mathbf{V}}{dt}$ සොයන්න.

   ස්වභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වූ යුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකින් m ස්කන්ධයක් දරා සිටියි. එහි අනෙක් කෙළවර සුමට විශාල තිරස් මේසයක O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇද ඇත. ආරම්භයේ දී අංශුව මේසය මත නිශ්චලතාවේ තබා ඇත්තේ තන්තුව සෘජුව හා නොඇදී තිබෙන පරිදි ය. දික්කළ තන්තුවට α කෝණයකින් ආනත දිශාවකට $\sqrt{gl}$ ආරම්භක වේගයක් ඇති ව අංශුවේ චලිතය පටන් ගනියි. ඉන් හටගන්නා චලිතයේ දී තන්තුවේ r_0 උපරිම දිග

   $$\left(\frac{r_0}{l}\right)^4 - 2\left(\frac{r_0}{l}\right)^3 + f(\alpha) = 0$$

   සමීකරණය සපුරාලයි නම්, $f(\alpha)$ සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. ස්වභාවික දිග l ද මාපාංකය λ ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක්, $l+x$ දිගකට අදිනු ලැබූ විට, එම තන්තුවේ විභව ශක්තිය $\frac{1}{2}\frac{\lambda}{l}x^2$ බව පෙන්වන්න.

අංශු පද්ධතියක් සඳහා රේඛීය ගම්‍යතා මූලධර්මයත් ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මයත් ප්‍රකාශ කරන්න.

පිළිවෙළින් ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ A හා B අංශු දෙකක් ස්වභාවික දිග a ද මාපාංකය λ ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් ඈඳා, a දුරක පරතරයක් ඇති ව සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. A අංශුව u ප්‍රවේගයෙන් $\overrightarrow{BA}$ ඔස්සේ මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබයි. චලිතය සඳහා ගම්‍යතා හා ශක්ති සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, තන්තුවේ උපරිම දිග සොයා, තන්තුවේ දිග යළිත් a වන විට A හා B අංශුවල වේග පිළිවෙළින් $\frac{u}{3}$ හා $\frac{2u}{3}$ බව පෙන්වන්න.

5. $\mathbf{I}$ ආවේගයක් මගින් අංශුවක ප්‍රවේගය $\mathbf{u}$ සිට $\mathbf{v}$ තෙක් වෙනස් වෙයි නම්, අංශුවේ චාලක ශක්ති වෙනස $\frac{1}{2}\mathbf{I}\cdot(\mathbf{u}+\mathbf{v})$ යන්නෙන් ලැබෙන බව සාධනය කරන්න.

එක එකක් a දිගින් යුත් සමාන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු හතරක් මගින් ඈඳූ එක එකක් m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශු හතරක්, තන්තුවලින් සෑදුනු පාද සහිත $ABCD$ රොම්බසයක කොන්වල පිහිටා සුමට තිරස් මේසයක් මත තිබේ. $\overrightarrow{CA}$ විකර්ණය දිගේ $\mathbf{I}$ බාහිර ආවේගයක් A අංශුවට ලැබේ. C හි අංශුව $\frac{|\mathbf{I}|}{4m}\cos 2\alpha$ ආරම්භක වේගයෙන් චලනය වන බව සාධනය කරන්න. මෙහි $B\hat{A}D = 2\alpha \left(< \frac{\pi}{2}\right)$

පද්ධතියට ලැබෙන චාලක ශක්තිය, $|\mathbf{I}|$, m හා α ඇසුරෙන් සොයන්න.

Maths අධ.com

6. ස්කන්ධය M වූ A සුමට ගෝලයක්, නිශ්චලතාවේ තිබෙන m ස්කන්ධයෙන් යුත් තවත් B සුමට ගෝලයක ගැටෙන්නේ, ගැටෙන වේලාවේ දී කේන්ද්‍ර රේඛාව සමග $\theta\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවකිනි. A ගෝලයේ පෙත ϕ කෝණයකින් උත්ක්‍රම වෙයි නම්

$$\tan(\theta+\phi) = \frac{(M+m)\tan\theta}{(M-em)}$$

බව සාධනය කරන්න. මෙහි e යනු ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යි.

ඒ නයින් හෝ අන් ආයුරකින් හෝ

(i) $\theta \neq 0,\ M = em$ විට ද

(ii) $\theta = 0,\ M > em$ විට ද

(iii) $\theta = 0,\ M < em$ විට ද

(iv) $\theta = 0,\ M = em$ විට ද

A ගෝලයේ චලිතයේ දිශාව දක්වන්න.

7. ගැණිය හැකි අගය බොහෝ ගණනක් ගත හැකි X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක $E(X)$ ගණිත අපේක්ෂාව හා σ_X සම්මත අපගමනය අර්ථ දක්වන්න.

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

බව පෙන්වන්න.

(අ) T නොනැඹුරු දාදු කැටයක් වරක් උඩ දැමීමේ දී උඩට පෙරළෙන සංඛ්‍යාවල සම්මත අපගමනය සොයන්න. T යොදා ගෙන ක්‍රීඩාවක යෙදුනි; එහි දී 2 උඩට පෙරලුනොත් ක්‍රීඩකයා රුපියල් 40 ක් දිනයි; 4 උඩට පෙරලුනොත් රුපියල් 80 ක් දිනයි; 6 උඩට පෙරලුනොත් රුපියල් 60 ක් පරාද වෙයි; වෙනත් ඕනෑම මුහුණතක් උඩට පෙරලුනොත් ඔහු දිනන්නේ වත් පරදින්නේ වත් නැත. යහ ක්‍රීඩාවක දී, ක්‍රීඩාවේ යෙදීමට ක්‍රීඩකයෙකු ගෙවිය යුතු යැයි අපේක්ෂා කරන අවම මුදල කීය ද?

(ආ) X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යය, සම්භාවිතාව

$$P(X = x) = k\left(\frac{1}{3}\right)^x$$

සහිත ව සියලු ම ධන නිඛිල අගයයන් උපකල්පනය කරයි. මෙහි k යනු ධන නියතයකි. $E(X)$ සොයා $\sigma_X = \frac{\sqrt{3}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

8. X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක මධ්‍යන්‍ය අපගමනය අර්ථ දක්වන්න.
k යනු ධන නියතයක් විට, X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{81}\, x(9 - x^2); & 0 \le x \le 3 \text{ නම්,} \\ 0; & \text{අන් අවස්ථාවල දී,} \end{cases}$$

යන්නෙන් දෙනු ලැබේ. $k = 4$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ව්‍යාප්තියේ පහත සඳහන් එක එකක් ආගණනය කරන්න:

(i) මානය;
(ii) මධ්‍යස්ථය;
(iii) මධ්‍යන්‍යය;
(iv) මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

ඉහත ආගණනවල දී ඔබ යොදු ගන්නා සියලු ම පියවර සනාථ කරන්න.

9. (අ) X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යය $\mathbb{R}$ හි $[a, b]$ සංවෘත ප්‍රාන්තරය පුරා ඒකාකාර ලෙස ව්‍යාප්ත වී තිබේ. X ගේ $f(x)$ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයත් $F(x)$ ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතයත් සොයා ඒවායේ ප්‍රස්තාරවල දළ රූප සටහන්, $\mathbb{R}^2 \equiv Oxy$ තලය මත අඳින්න. X ගේ μ මධ්‍යන්‍ය ද σ^2 විචලතාවය ද සොයන්න.

(ආ) වාර්ෂික පරීක්ෂණයක ලකුණු, μ මධ්‍යන්‍යයකුත් σ සම්මත අපගමනයකුත් සහිත ව ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වී තිබේ. අයදුම්කරුවන් ගෙන් 10% කට ලකුණු 70 ට වැඩි බවත්, 20% කට ලකුණු 40 ට අඩු බවත් සොයා ගෙන ඇත. $\mu \approx 52$ බව පෙන්වා, දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව σ සොයන්න.
(ලකුණු, ආසන්නතම නිඛිලයට සන්නිකර්ෂණය කර ඇති බව උපකල්පනය කරන්න.)

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. ස්කන්ධය m ද අරය a ද වන ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක, තැටියේ තලයට ලම්බ එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{1}{2}ma^2$ බව පෙන්වන්න.

තලය සිරස් ව සිටින, m ස්කන්ධයෙන් හා a අරයෙන් යුත් ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක්, a ට වැඩි උසින් යුත් සිහින් අචල සිරස් කණුවක මුදුන මත නිශ්චලව තබා ඇත. පසුව එය නිශ්චලතාවයෙන්, සිරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. සිරස සමග P ස්පර්ශ ලක්ෂයේ දී අරය සාදන කෝණය $\theta\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ ද P ලක්ෂයේ දී අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව R ද ඝර්ෂණ බලය F ද නම්,

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{4g}{3a}(1-\cos\theta)$$

බව පෙන්වන්න. θ හි ශ්‍රිත ලෙස F හා R සොයන්න.

$\mu\ (<\infty)$ ඝර්ෂණ සංගුණකය කොතරම් විශාල වුවද θ කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$ අගයට ළඟාවීමට පෙර තැටිය නිශ්චිත වශයෙන් ම ලිස්සන බව අපෝහනය කරන්න.

11. ආරම්භක මුළු ස්කන්ධය M වූ රොකට්ටුවක්, නිශ්චලතාවේ සිට ගුරුත්වය යටතේ සිරස් ලෙස උඩු අතට දියත් කරන ලදී. රොකට්ටුව, $k(>0)$ නියත ශීඝ්‍රතාවයකින් ඉන්ධන දවා-ලන අතර දහන පද්ර්ථ, රොකට්ටුවට සාපේක්ෂව u_0 වේගයකින් සිරස් ලෙස පහළට පිට කෙරෙයි. හිස් කබොලේ ස්කන්ධය $M_0\ (<M)$ ය. t වේලාවේ දී, රොකට්ටුවේ ස්කන්ධය m වන අතර එය V ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස උඩු අතට චලනය වෙමින් තිබෙයි. චලිතයට වාතයේ ප්‍රතිරෝධයක් **නොමැති** බව උපකල්පනය කරමින්, $\frac{M-M_0}{k} \geq t \geq 0$ විට,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{u_0}{m}k - g$$

බව මූලධර්ම මගින් සාධනය කරන්න.

රොකට්ටුවේ උපරිම වේගය සොයන්න. එයට ළඟා විය හැකි වැඩි ම උස

$$\frac{u_0^2}{2g}\left[\ln\left(\frac{M}{M_0}\right)\right]^2 + \frac{u_0 M}{k}\left[1 - \frac{M_0}{M} - \ln\left(\frac{M}{M_0}\right)\right]$$

බව පෙන්වන්න.

12. $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{Oz}$ කාටීසීය අක්ෂ දිගේ වූ ඒකක දෛශික විට, $Oxyz$ ත්‍රිමාන අවකාශයේ (x, y, z) ලක්ෂයේ දී ක්‍රියාකරන බලයක් $\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} + R_z\mathbf{k}$ යැයි සිතමු. O මූල ලක්ෂය වටා $\mathbf{R}$ හි දෛශික ඝූර්ණය $L_0\mathbf{i} + M_0\mathbf{j} + N_0\mathbf{k}$ ද $P \equiv (a, b, c)$ ලක්ෂය වටා $\mathbf{R}$ හි ඝූර්ණය $L\mathbf{i} + M\mathbf{j} + N\mathbf{k}$ ද වෙයි නම්

$$L = L_0 - bR_z + cR_y,$$

$$M = M_0 - cR_x + aR_z,$$

$$N = N_0 - aR_y + bR_x \text{ බව ද}$$

$$L_0R_x + M_0R_y + N_0R_z = LR_x + MR_y + NR_z$$ බව ද සාධනය කරන්න.

පද්ධතියක් පිළිවෙළින් $(1, 1, 0)$ හා $(0, 1, -2)$ ලක්ෂවල දී, ක්‍රියා කරන $\mathbf{F}_1 = l\mathbf{i} + m\mathbf{j} + n\mathbf{k}$ හා $\mathbf{F}_2 = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ බල දෙකකින් සමන්විත වෙයි. එම පද්ධතිය, O හි දී ක්‍රියා කරන $\mathbf{R}_0 = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ තනි බලයකට හා $\mathbf{G}_0 = L_0\mathbf{i} + M_0\mathbf{j} + N_0\mathbf{k}$ යුග්මයකට ඌනනය වෙයි නම්, l, m, n, L_0, M_0 හා N_0 යන මේවායේ අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, පද්ධතිය තනි බලයකට හෝ තනි යුග්මයකට හෝ ඌනනය කළ නොහැකි බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{G}'$ යනු P ලක්ෂය වටා $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ බලවල ඝූර්ණය නම් ද $\mathbf{G}' = p\mathbf{R}_0$ නම් ද p හි අගයත් P ලක්ෂයේ පථයත් සොයන්න.

ast Papers Wiki - Most Extensive Wikipedia of Past Paper

13672

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1998 අගෝස්තු (නව නිර්දේශය)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1998 ஆகஸ்ற் (புதிய பாடத்திட்டம்)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1998 (New Syllabus)

ශුද්ධ ගණිතය I
தூய கணிதம் I
Pure Mathematics I

05	
S	I

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) S සර්වත්‍ර කුලකයෙහි A සහ B උපකුලක ලෙස ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක වීජයේ නියම ප්‍රකාශ කරමින්

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B).$$

බව සාධනය කරන්න.

$f(n) = (n-1)(n-2)+2$ මගින් $f: \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{Z}^+$ අර්ථ දක්වේ යැයිද, $X \subseteq \mathbb{Z}^+$ සඳහා $f(X) = \{f(x) \mid x \in X\}$ යැයිද ගනිමු. $A = \{1, 3, 5\}$ සහ $B = \{2, 4, 5\}$ නම් $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ සහ $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $g : A \to B$ සහ $h : B \to A$, එක් එක් $b \in B$ සඳහා $(g \circ h)(b) = b$ වන පරිදි ගනිමු.
h එකට එක බව ද, g මතට බව ද පෙන්වන්න.
$A = \mathbb{R}$ ද, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ ද ලෙස ගනිමු. $g_0 : A \to B$ සහ $h_0 : B \to A$ පිළිවෙළින් $g_0(a) = a^2$ සහ $h_0(b) = \sqrt{b}$ මගින් අර්ථ දක්වේ නම්,
එක් එක් $b \in B$ සඳහා $(g_0 \circ h_0)(b) = b$ බව පෙන්වන්න.
එක් එක් $a \in A$ සඳහා $(h_0 \circ g_0)(a) = a$ සත්‍ය වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

2. (අ) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ හි සාධක සොයන්න.
ප්‍රභින්න p, q, r සඳහා $x^3 + y^3 + z^3 = 3(p-q)(q-r)(r-p)$ සහ $px + qy + rz = 0$ ද, $x + y + z = 0$ ද නම් $x = q - r$, $y = r - p$ සහ $z = p - q$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $n\,(>1)$ යනු දී ඇති නිඛිලයක් ද $t > 0$ ද ලෙස ගනිමු. t විචලනය වන විට $(n+1)t + \frac{n-1}{t}$ හි අවම අගය වන l සොයන්න.

$k > l$ විට $(n+1)t + \frac{n-1}{t} = k$ සමීකරණයෙහි මූල දෙකම ධන බව පෙන්වන්න.

$(n+1)t + \frac{n-1}{t} = \sqrt{8n(n+1)}$ හි වඩා විශාල මූලය n ඇසුරෙන් සොයන්න.

3. (අ) (i) $\frac{x}{x-1} < \frac{x}{x-2}$ වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ii) එකම රූප සටහනක $y = 3 - |x+2|$ සහ $y = |2x - 3x^2 + x^3|$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රවල කටු සටහන් අඳින්න.
$3 - |x+2| \geq y \geq |2x - 3x^2 + x^3|$ අසමානතාවයන් තෘප්ත වන පෙදෙස අඳුරු කරන්න.

(ආ) සියලු තාත්ත්වික x සඳහා $x^2 + 2x + 3 > 0$ බව පෙන්වීමට "විසංවාදයක් මගින් සාධනය" භාවිත කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. (අ) 3528 හි ධන භාජක සංඛ්‍යාව සොයන්න. (සටහන : $3528 = 2^3 \times 3^2 \times 7^2$)

(ආ) විද්‍යා සමුළුවකට විශ්ව විද්‍යාල 20 ක් සහභාගි වන අතර එක් එක් විශ්ව විද්‍යාලය උද්භිද විද්‍යාඥයෙකු, රසායන විද්‍යාඥයෙකු, ගණිතඥයෙකු, භෞතික විද්‍යාඥයෙකු සහ සත්ත්ව විද්‍යාඥයෙකු අනුග්‍රහ කරයි. සාමාජිකයින් 10 කින් සමන්විත එක් එක් කමිටුව තුළ

(i) එක් එක් විෂය ක්ෂේත්‍රයෙන් පුද්ගලයින් දෙදෙනෙකු බැගින්

(ii) එක් එක් සාමාජිකයා වෙනස් විශ්ව විද්‍යාලයක් නියෝජනය කරන පරිදි එක් එක් විෂය ක්ෂේත්‍රයෙන් පුද්ගලයින් දෙදෙනෙකු බැගින්

(iii) ඕනෑම විශ්ව විද්‍යාල තුනකින් පුද්ගලයින් තිදෙනෙකු බැගින් ද ඕනෑම තවත් විශ්ව විද්‍යාලයකින් එක් පුද්ගලයෙකු ද බැගින්

සිටින පරිදි කමිටුවක් සැදිය හැකි ආකාර කොපමණ ද?

[(ආ) කොටසේ පිළිතුරු පූර්ණ කිරීම අවශ්‍ය නැත.]

5. (අ) n සහ k යනු $n \geq k$ වන පරිදි වූ ධන නිඛිල ලෙස ගනිමු.

සුපුරුදු අංකනයෙන්

(i) ${}^{n+1}C_k = {}^{n}C_k + {}^{n}C_{k-1}$,

(ii) $n > 1$ සඳහා $\sum_{r=k+1}^{n} {}^{r}C_k = {}^{n+1}C_{k+1} - 1$

බව පෙන්වන්න.

$$\sum_{r=1}^{n} r = \frac{n(n+1)}{2} \text{ සහ } \sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ආ) $(2+\sqrt{2x}+x)^2(2+x)^n$ හි ප්‍රසාරණයෙහි x^r හි සංගුණකය සොයන්න; මෙහි n යනු ධන නිඛිලයක් වන අතර r යනු $n+3$ ට වඩා අඩු සෘණ නොවන නිඛිලයකි.

x^3 හි සංගුණකය $\frac{2^{n-2}}{3}(n^3+6n^2-n)$ බව පෙන්වන්න.

6. (අ) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{2r+3}{r^2(r+1)^2(r+2)^2(r+3)^2}$ සහ $f(r) = \frac{k}{r^2(r+1)^2(r+2)^2}$ ලෙස ගනිමු;

මෙහි k යනු නියතයකි.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.

(i) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $g(r)$ ද, $U_r = g(r) - g(r+1)$ තෘප්ත කරයි නම්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $g(r) = f(r) + c$ බව පෙන්වන්න; මෙහි c යනු නියතයකි.

(ii) $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයා $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී බව අපෝහනය කරන්න.

(ආ) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ සහ $n = 3, 4, \cdots$ සඳහා $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-2} + x_{n-1})$ ලෙස ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $|x_n - x_{n+1}| = \frac{1}{2^{n-1}}$ බව සාධනය කරන්න.

7. (අ) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{5 + x^2} - \sqrt{5}}{\sqrt{20 + \sin^2 x} - \sqrt{20}}$ අගයන්න.

(ආ) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ශ්‍රිතය පහත දැක්වෙන පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 1 \text{ නම්} \\ 1998, & x = 1 \text{ නම්} \end{cases}$$

$\lim_{x \to 1} f(x)$ පවතී ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

එක් එක් $a \in \mathbb{R}$ හි දී $\lim_{x \to a} f_1(x) = \lim_{x \to a} f_2(x)$ වන පරිදි $f_1: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ සහ $f_2: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ වෙනස් ශ්‍රිත දෙකක් ලියා දක්වන්න.

(ඇ) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ශ්‍රිතය පහත දැක්වෙන පරිදි අර්ථ දැක්වේ :

$$g(x) = \begin{cases} \frac{9}{5}(x-1)(x-2)(x-37), & 1 \leq x \leq 7 \text{ හෝ } 37 \leq x \text{ නම්} \\ 54x - c, & x < 1 \text{ හෝ } 7 < x < 37 \text{ නම්} \end{cases}$$

37 හි දී g සන්තතික වන පරිදි c සොයන්න. මෙම c හි අගය සඳහා 7 හි දී g සන්තතික බවත් 1 හි දී සන්තතික නොවන බවත් පෙන්වන්න.

Maths අපි.com

8. (අ) f යනු $\mathbb{R}$ හි එක් එක් x හි දී $(f(x))^3 - x(f(x))^2 - x^2 f(x) - 2x^3 - 7x^4 + 7x^5 = 0$ අවශ්‍යතාවය තෘප්ත කරන $\mathbb{R}$ මත අවකලනීය ශ්‍රිතයක් යැයි සිතමු.

ව්‍යුත්පන්නයෙහි අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන් $f'(0) = 2$ බව පෙන්වන්න. $f'(1)$ අගයන්න.

(ආ) $x > 1$ සඳහා $y = \left(\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^x$ නම්, $\dfrac{dy}{dx}$ සොයන්න.

(ඇ) $x^2 + 2xy - y^2 = \tan^{-1} x - 9$ නම් $(0, 3)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී $\dfrac{dy}{dx}$ සොයන්න.

9. $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12}$ ලෙස ගනිමු.

(i) x හි කිසිම තාත්ත්වික අගයක් සඳහා $-7 - 4\sqrt{3}$ සහ $-7 + 4\sqrt{3}$ අතර $f(x)$ නොපිහිටන බව පෙන්වන්න.

(ii) $A + \dfrac{B}{x-4} + \dfrac{C}{x-3}$ ආකාරයෙන් $f(x)$ ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි A, B සහ C නියත වේ.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ f හි උපරිම සහ අවම සොයන්න.

(iii) f හි සිරස් සහ තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛවල සමීකරණ සොයන්න.

(iv) f හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

10. (අ) $\dfrac{1}{(x^2-1)(x^2-3x+2)}$ භින්න භාග ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින් $\displaystyle\int \frac{dx}{(x^2-1)(x^2-3x+2)}$ සොයන්න.

(ආ) $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ බව පෙන්වා ඒ නයින් $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\,dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(\sqrt{2}+1\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

11. (අ) නිව්ටන්-රැප්සන් පුනඃකරණ සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

$x > 0$ වන $f(x) = x - \dfrac{5}{x}$ ට 1 සහ 3 අතර මූලයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

පුනඃකරණ සූත්‍රයෙහි මූලයට ආරම්භක සන්නිකර්ෂණය $x_0 = 2$ ලෙස ගනිමින් පුනඃකරණ සූත්‍රයෙහි n වෙනි සන්නිකර්ෂණය වන x_n, සෑම n සඳහා ම $0 < x_n \le \sqrt{5}$ සහ $x_{n+1} \ge x_n$ අසමානතා තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

$\lim\limits_{n \to \infty} x_n$ පවතින බව උපකල්පනය කරමින්, මෙම සීමාව $f(x) = 0$ හි අවශ්‍ය මූලය බව සාධනය කරන්න.

(ආ) $x > -1$ සඳහා $g(x) = \dfrac{1}{x+1}$ නම්,

$r = 1, 2, \cdots$ සඳහා $\dfrac{d^r g(x)}{dx^r} = \dfrac{(-1)^r r!}{(x+1)^{r+1}}$ බව ගණිතමය අභ්‍යුහනයෙන් පෙන්වන්න.

$g(x)$ හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණිය $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$ බව අපෝහනය කරන්න.

12. (අ) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2 - xy + y^2}{xy}$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(ආ) $\dfrac{dy}{dx} = v$ ආදේශය භාවිතයෙන් $2y\dfrac{d^2y}{dx^2} = 1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2$ යන දෙවන ගණයෙහි අවකල සමීකරණය,

$2vy\dfrac{dv}{dy} = 1 + v^2$ යන පළමුවන ගණයෙහි අවකල සමීකරණයට පරිණාමනය කරන්න.

ඒ නයින්, දී ඇති දෙවන ගණයෙහි අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(ඇ) ශීර්ෂ, මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි ද, x-අක්ෂය, පොදු අක්ෂය ලෙස ද ඇති පරාවල කුලයෙහි ප්‍රලම්බ පරාවක්‍ර සොයන්න.

Maths අපි .com

ast Papers Wiki - Most Extensive Wikipedia of Past Paper