01. α, β [illegible] $x^2 + bx + c = 0$ [illegible]

(a) $\alpha + \beta = -b \qquad \alpha\beta = c$

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)$

$= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

$= (-b)^3 - 3c(-b) = -(b^3 - 3bc)$

$\alpha^3\beta^3 = c^3$

α^3, β^3 [illegible]

$x^2 + (b^3 - 3bc)x + c^3 = 0$

$\alpha^3 + \dfrac{1}{\beta^3} = \dfrac{\alpha^3\beta^3 + 1}{\beta^3}, \quad \beta^3 + \dfrac{1}{\alpha^3} = \dfrac{\alpha^3\beta^3 + 1}{\alpha^3}$

$= \dfrac{c^3 + 1}{\beta^3} \qquad = \dfrac{c^3 + 1}{\alpha^3}$

$y = \dfrac{c^3 + 1}{x}$ [illegible]

$x = \alpha^3$ [illegible] $y = \dfrac{c^3 + 1}{\alpha^3} = \beta^3 + \dfrac{1}{\alpha^3}$ [illegible]

$x = \beta^3$ [illegible] $y = \dfrac{c^3 + 1}{\beta^3} = \alpha^3 + \dfrac{1}{\beta^3}$ [illegible]

$x = \dfrac{c^3 + 1}{y}$, $x^2 + (b^3 - 3bc)x + c^3 = 0$ [illegible]

[illegible]

$$\left(\frac{c^3 + 1}{y}\right)^2 + (b^3 - 3bc)\left(\frac{c^3 + 1}{y}\right) + c^3 = 0$$

[illegible] $c^3y^2 + (b^3 - 3bc)(c^3 + 1)y + (c^3 + 1)^2 = 0$

[illegible] $\alpha^3 + \dfrac{1}{\beta^3}$ [illegible] $\beta^3 + \dfrac{1}{\alpha^3}$ [illegible]

$c^3x^2 + (b^3 - 3bc)(c^3 + 1)x + (c^3 + 1)^2 = 0$

(b) $f(x)$, $(x - 1)$ [illegible] $Q(x)$ [illegible] ν [illegible]

$f(x) = Q(x)(x - 1) + \nu$

$Q(x)$, $(x - 2)$ [illegible] $R(x)$ [illegible] μ [illegible]

$Q(x) = R(x)(x - 2) + \mu$

[illegible] $f(x) = [R(x)(x - 2) + \mu](x - 1) + \nu$

$= R(x)(x - 1)(x - 2) + \mu(x - 1) + \nu$

$R(x)$, $(x - 3)$ [illegible] $S(x)$ [illegible] λ [illegible]

$R(x) = S(x)(x - 3) + \lambda$

[illegible] $f(x) = [S(x)(x - 3) + \lambda](x - 1)(x - 2) + \mu(x - 1) + \nu$

$= S(x)(x - 1)(x - 2)(x - 3) + \lambda(x - 1)(x - 2) + \mu(x - 1) + \nu$

$\therefore (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ [illegible] $f(x)$ [illegible]

$\lambda(x - 1)(x - 2) + \mu(x - 1) + \nu$ [illegible]

$f(1) = a = \nu$, $f(2) = b = \mu + \nu$, $f(3) = c = 2\lambda + 2\mu + \nu$

$\mu = b - a$, $\lambda = \dfrac{1}{2}(c - 2b + a)$

02. (a) (i) [illegible] $= {}^9C_3$

${}^9C_3 = \dfrac{9!}{6!\,3!} = \dfrac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!\,3!} = \dfrac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}$

$= 84$

[illegible] $= \underline{84}$

(ii) [illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

1 [illegible]

$= {}^3C_2 \times {}^4C_3 \times {}^4C_3$

$= 3 \times 4 \times 4 = 48$

2 [illegible]

$= 3 \times 2 \times 1 \times {}^4C_3 \times {}^4C_2 \times {}^4C_1$

$= 6 \times 4 \times 6 \times 4 = 576$

3 [illegible]

$= 1 \times {}^4C_2 \times {}^4C_2 \times {}^4C_2$

$= 1 \times 6 \times 6 \times 6 = 216$

[illegible] $= 48 + 576 + 216 = 840$

(iii) [illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

1 [illegible]

$= {}^3C_1 \times {}^4C_4 \times {}^4C_1 \times {}^4C_1$

$= 3 \times 1 \times 4 \times 4 = 48$

2. [illegible]

$= 3 \times 2 \times 1 \times {}^4C_3 \times {}^4C_2 \times {}^4C_1$

$= 6 \times 4 \times 6 \times 4$

$= 576$

3. අනුව සකසුම් කේවිම ගණන
$= 1 \times {}^4C_2 \times {}^4C_2 \times {}^4C_2$
$= 1 \times 6 \times 6 \times 6 = 216$

සකසුම් කේවිම ගණන $= 48 + 576 + 216$
$= \underline{840}$

(b) ද්විපද ප්‍රමේයය - n ධන නිඛිලයක් විට
$(x+y)^n = x^n + {}^nc_1 x^{n-1}y + {}^nc_2 x^{n-2}y^2 + \ldots {}^nc_r x^{n-r}y^r + \ldots + y^n$

මෙහි ${}^nc_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$ වේ

$a^n = (b+d)^n = b^n + {}^nc_1 b^{n-1}d + {}^nc_2 b^{n-2}d^2 + \ldots {}^nc_r b^{n-r}d^r + \ldots + d^n$

$a^n - b^{n-1}(b+nd) = d^2({}^nc_2 b^{n-2} + \ldots {}^nc_r b^{n-r}d^{r-2} + \ldots + d^{n-2})$

මෙලෙස ධන නිඛිලමය n සඳහා
$a^n - b^{n-1}(b+nd)$, d^2 න් බෙදේ
$u = a + (n-1)d = (a-d) + nd$
$a^n - (a-d)^{n-1}u = a^n - (a-d)^{n-1}\{(a-d)+nd\}$
$= a^n - b^{n-1}(b+nd)$ මෙහි $a = b+d$

පළමු කොටස අනුව $a^n - (a-d)^{n-1}u$, d^2 න් බෙදේ
$7^{60} - 3^{64} = 7^{60} - (7-4)^{60-1}\{(7-4) + 60 \times 4\}$
ඉහත කොටස අනුව $4^2 = 16$ න් මෙහි ප්‍රකාශය බෙදේ

03. (a) $f(n) = \frac{n^7}{7} + \frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{34n}{105}$

n=1 විට $f(1) = \frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{34}{105} = \frac{15+21+35+34}{105}$

$= \frac{105}{105} = 1$

∴ n = 1 විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ
n = p වන විට ප්‍රතිඵලය සත්‍යයයි උපකල්පනය කරමු.
එවිට $f(p) = \frac{p^7}{7} + \frac{p^5}{5} + \frac{p^3}{3} + \frac{34p}{105} = k \in \mathbb{Z}$

n = p+1 විට
$f(p+1) = \frac{(p+1)^7}{7} + \frac{(p+1)^5}{5} + \frac{(p+1)^3}{3} + \frac{34(p+1)}{105}$

$= \frac{p^7 + 7p^6 + 21p^5 + 35p^4 + 35p^3 + 21p^2 + 7p + 1}{7}$

$+ \frac{p^5 + 5p^4 + 10p^3 + 10p^2 + 5p + 1}{5}$

$+ \frac{p^3 + 3p^2 + 3p + 1}{3} + \frac{34p + 34}{105}$

$= \frac{p^7}{7} + \frac{p^5}{5} + \frac{p^3}{3} + \frac{34p}{105} + \frac{7(p^6 + 3p^5 + 5p^4 + 5p^3 + 3p^2 + p)}{7}$

$+ \frac{5(p^4 + 2p^3 + 2p^2 + p)}{5} + \frac{3(p^2 + p)}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{34}{105}$

$= f(p) + f(1) + (p^6 + 3p^5 + 6p^4 + 7p^3 + 6p^2 + 3p)$
= k' නිඛිලයකි
මෙලෙස n = p විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් n = p + 1 විට ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.
∴ ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය අනුව සියලු ධන නිඛිලමය n සඳහා f(n) නිඛිලයක් වේ

$u_r = \frac{r+2}{r(r+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^r$

$u_r = \frac{r+2}{r(r+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^r = \frac{1}{r}\left(\frac{1}{2}\right)^{r-1} - \frac{1}{(r+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^r$

$= f(r-1) - f(r)$

මෙහි $f(r) = \frac{1}{(r+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^r$

r = 1 විට $u_1 = f(0) - f(1)$
r = 2 විට $u_2 = f(1) - f(2)$
⋮
r = n-1 විට $u_{n-1} = f_{(n-2)} - f_{(n-1)}$
r = n විට $u_n = f_{(n-1)} - f_{(n)}$

$\sum_{r=1}^{n} u_r = f_{(0)} - f_{(n)}$

$= 1 - \frac{1}{(n+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

එනම් $S_n = \sum_{r=1}^{n} u_r = 1 - \frac{1}{(n+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} u_r = \lim_{n\to\infty}\left\{1 - \frac{1}{(n+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\} = 1$

04. (a) $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow Arg(z_1) = \frac{\pi}{6}$

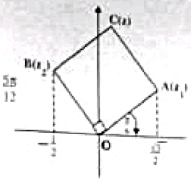
$z_2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow Arg(z_2) = \frac{2\pi}{3}$

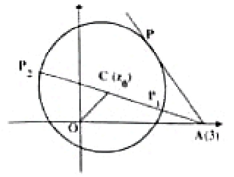
C ලක්ෂ්‍යයෙන් z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව දක්වේ යයි සිතමු
$OC^2 = OA^2 + AC^2 = OA^2 + OB^2$
$|z|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2$
$= 2 \; (\because |z_1| = |z_2| = 1)$

∴ $|z| = \sqrt{2}$
$A\hat{O}C = \frac{\pi}{4}$

∴ $Arg(z) = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$



(b) (i) $z_0 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ යයිද එය C ලක්ෂ්‍යයෙන් දක්වේයයි ද, P යනු ආගන්ඩ් තලයෙහි z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව දක්වන විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක් යයිද සිතමු
$|z - z_0| \le 2 \Rightarrow CP \le 2$

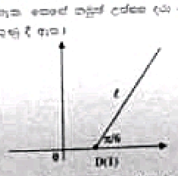


P ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය C හි අරය 2 වූ වෘත්තය තුළ හෝ මත පිහිටා ඇත.
$|z - 3| = AP$ වේ
$|z - 3|$ හි විශාලතම අගය AP_2 මගින් ද
අඩුතම අගය AP_1 මගින් ද දක්වේ

$AC = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - 3\right)^2 + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{7}$

∴ $AP_1 = \sqrt{7} - 2$ හා $AP_2 = \sqrt{7} + 2$ වේ.
∴ $|z-3|$ අවම අගය $\sqrt{7}-2$ හා විශාලතම අගය $\sqrt{7}+2$

(ii) ...



ℓ සරල රේඛා කොටසෙන් $Arg(z-1) = \pi/6$ නිරූපණය කරයි.

05. (a) (i) $\frac{d(xe^x)}{dx} = xe^x + e^x = (x+1)e^x$

එමනිසා r = 1 විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.
r = p විට ප්‍රතිඵලය සත්‍යයයි උපකල්පනය කරමු.

එවිට $\frac{d^p(xe^x)}{dx^p} = (x+p)e^x$

r = p + 1 විට $\frac{d^{p+1}(xe^x)}{dx^{p+1}} = \frac{d(x+p)e^x}{dx}$

$= (x+p)e^x + e^x$
$= (x + \overline{p+1})e^x$

මෙලෙස r = p + 1 විට ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.
∴ ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය අනුව සියලු ධන නිඛිලමය r සඳහා

$\frac{d^r(xe^x)}{dx^r} = (x+r)e^x$ වේ.

(ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{d(x^2e^x)}{dx} = 2xe^x + x^2e^x = 2xe^x + y$

$\frac{d^ry}{dx^r} = \frac{d^{r-1}(2xe^x + y)}{dx^{r-1}} = \frac{2d^{r-1}(xe^x)}{dx^{r-1}} + \frac{d^{r-1}y}{dx^{r-1}}$

$\frac{d^ry}{dx^r} - \frac{d^{r-1}y}{dx^{r-1}} = 2(x+r-1)e^x$

r = 1 විට
$\frac{dy}{dx} - y = 2xe^x$

r = 2 විට
$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 2(x+1)e^x$

r = n - 1 විට $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} - \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} = 2(x+n-2)e^x$

r = n විට $\frac{d^ny}{dx^n} - \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} = 2(x+n-1)e^x$

$\frac{d^ny}{dx^n} - y = 2nxe^x + 2e^x\sum_{r=1}^{n-1} r$

$= \{2nx + (n-1)n\}e^x$

$= n(2x+n-1)e^x$

එනම් $\frac{d^ny}{dx^n} = \underline{n(2x+n-1)e^x + y}$

(b) P(x, y) හි පරාමිතික ඛණ්ඩාංක (at^2, at^3) නම්

$$\frac{dx}{dt} = 2at,\ \frac{dy}{dt} = 3at^2 \text{ විට } \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t}{2}$$

$Q = (aT^2, aT^3)$ ලෙස ගනිමු

විට PQ හි අනුක්‍රමණය $= \frac{a(T^3 - t^3)}{a(T^2 - t^2)}$

$$= \frac{(T-t)(T^2+tT+t^2)}{(T-t)(T+t)} = \frac{3t}{2}$$

$T \neq t$ බැවින්

$$\frac{T^2 + tT + t^2}{T+t} = \frac{3t}{2} \Rightarrow 2T^2 - tT - t^2 = 0$$

$$\Rightarrow (2T + t)(T - t) = 0 \Rightarrow T = -\frac{t}{2}\ (\because T \neq t)$$

$$\therefore \underline{Q = (\tfrac{1}{4}at^2, -\tfrac{1}{8}at^3)}$$

06. (a) $\frac{x^3+1}{x(x-1)^3} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2} + \frac{D}{(x-1)^3}$

$x^3 + 1 \equiv A(x-1)^3 + Bx(x-1)^2 + Cx(x-1) + Dx$

$x = 0$ විට $A = -1$

$x = 1$ විට $D = 2$

$x = 2$ විට $9 = A + 2B + 2C + 2D$

$\Rightarrow B + C = 3$ —— ①

$x = -1$ විට $0 = -8A - 4B + 2C - D$

$\Rightarrow 2B - C = 3$ —— ②

① හා ② න් $3B = 6 \Rightarrow B = 2$ හා $C = 1$

$$\frac{x^3+1}{x(x-1)^3} = \frac{-1}{x} + \frac{2}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)^3}$$

$$\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^3}dx = -\int\frac{dx}{x} + 2\int\frac{dx}{x-1} + \int\frac{dx}{(x-1)^2} + 2\int\frac{dx}{(x-1)^3}$$

$$= \ln|x| + 2\ln|x-1| - \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x-1)^2} + C$$

$= C'$ අභිමත නියතයකි

(b) $25\cos x + 15 \equiv A(3\cos x + 4\sin x + 5) + B(-3\sin x + 4\cos x) + C$

[illegible] සැසඳීමෙන්

$3A + 4B = 25$

[illegible] සැසඳීමෙන් $4A - 3B = 0$

[illegible] සැසඳීමෙන් $5A + C = 15$

$A = 3, B = 4, C = 0$

$$\int\frac{25\cos x + 15}{3\cos x + 4\sin x + 5}dx$$

$$= 3\int dx + 4\int\frac{-3\sin x + 4\cos x}{(3\cos x + 4\sin x + 5)}dx$$

$= 3x + 4\ln|3\cos x + 4\sin x + 5| + C$

මෙහි C' අභිමත නියතයකි.

(c) $\int_0^{\pi/2}\sin^6 x\,dx = \int_0^{\pi/2}\sin^5 x\,d(-\cos x)$

$$= [-\cos x\sin^5 x]_0^{\pi/2} + 5\int_0^{\pi/2}\sin^4 x\cos^2 x\,dx$$

$$= 5\int_0^{\pi/2}\sin^4 x\,dx - 5\int_0^{\pi/2}\sin^6 x\,dx$$

$$\therefore \int_0^{\pi/2}\sin^6 x\,dx = \frac{5}{6}\int_0^{\pi/2}\sin^4 x\,dx$$

$$\int_0^{\pi/2}\sin^4 x\,dx = \int_0^{\pi/2}\sin^3 x\,d(-\cos x)$$

$$= [-\cos x\sin^3 x]_0^{\pi/2} + 3\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\cos^2 x\,dx$$

$$= 3\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx - 3\int_0^{\pi/2}\sin^4 x\,dx$$

$$4\int_0^{\pi/2}\sin^4 x\,dx = 3\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx$$

$$\int_0^{\pi/2}\sin^4 x\,dx = \frac{3}{4}\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx$$

$$\therefore \int_0^{\pi/2}\sin^6 x\,dx = \frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx$$

$$\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx = \int_0^{\pi/2}\sin x\,d(-\cos x)$$

$$= [-\sin x\cos x]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2}\cos^2 x\,dx$$

$$= \int_0^{\pi/2}(1 - \sin^2 x)\,dx$$

$$2\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx = \int_0^{\pi/2}dx = [x]_0^{\pi/2} = \pi/2$$

$$\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx = \pi/4$$

$$\therefore \int_0^{\pi/2}\sin^6 x\,dx = \frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{32}$$

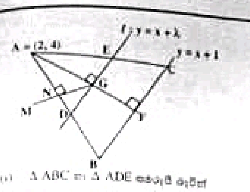
$y = 3x$ ලෙස ගනිමු. විට $dy = 3\,dx$ හා $x = 0$ විට $y = 0$

$x = \pi/6$ විට $y = \pi/2$ වේ.

$$\therefore \int_0^{\pi/6}\sin^6 3x\,dx = \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2}\sin^6 y\,dy$$

$$= \frac{1}{3}\times\frac{5\pi}{32} = \underline{\frac{5\pi}{96}}$$

07.



(i) Δ ABC හා Δ ADE සමරූපී බැවින්

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

Δ ABF හා Δ ADG සමරූපී බැවින්

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AF}{AG}$$

එනම් $\frac{BC}{DE} = \frac{AF}{AG}$

දැන් $\frac{\Delta ABC}{\Delta ADE} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AF}{\frac{1}{2}DE \cdot AG} = \frac{AF^2}{AG^2} = \frac{9}{4}$

$$\Rightarrow \frac{AF}{AG} = \frac{3}{2}$$

AF මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් P(x, y) ලෙස ගනිමු

විට $\frac{y-4}{x-2} = -1$

$\frac{y-4}{-1} = \frac{x-2}{1} = t$ ලෙස ගනිමු

විට $x = 2 + t$ හා $y = 4 - t$

$\therefore$ AF මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක් $(2 + t, 4 - t)$ ආකාරයට දැක්විය හැක

P ලක්ෂ්‍යය F වන විට $2 + t - 4 + t + 1 = 0$

$\Rightarrow t = \frac{1}{2}$

එබැවින් $F = (\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$

$G = (x_0, y_0)$ ලෙස ගනිමු

$AG : GF = 2 : 1$ බැවින්

$$x_0 = \frac{2\times\frac{5}{2} + 2}{3} \text{ හා } y_0 = \frac{2\times\frac{7}{2} + 4}{3}$$

$$G = (\frac{7}{3}, \frac{11}{3})$$

l හි සමීකරණය $y = x + \lambda$ වේ. l ද ඇත G හරහා යන්නේ ද නම්

$$\frac{11}{3} = \frac{7}{3} + \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3}$$

$\therefore$ l හි සමීකරණය $y = x + \frac{4}{3}$

(ii) $AG^2 = AN^2 + NG^2 = AN^2 + NM^2 = AM^2$

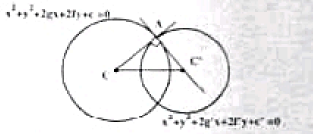
$AG = AM$

$$AG = \sqrt{(2 - \tfrac{7}{3})^2 + (4 - \tfrac{11}{3})^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

[illegible] AM [illegible]

[illegible] M, A [illegible] $\frac{\sqrt{2}}{3}$ [illegible]

08.



[illegible]

$CC'^2 = CA^2 + C'A^2$

$(g - g')^2 + (f - f')^2 = (g^2 + f^2 - c) + (g'^2 + f'^2 - c')$

$g^2 + g'^2 - 2gg' + f^2 + f'^2 - 2ff' = g^2 + f^2 - c + g'^2 + f'^2 - c'$

$\underline{2gg' + 2ff' = c + c'}$

$x^2 + y^2 + 4x + 2\lambda y - 6 = (x + 2)^2 + y^2 + 2\lambda y - 10 = 0$

λ හි [illegible] $(-2 + \sqrt{10}, 0)$ හා $(-2 - \sqrt{10}, 0)$ [illegible] $x^2 + y^2 + 4x + 2\lambda y - 6 = 0$ [illegible] $(-2 + \sqrt{10}, 0)$ හා $(-2 - \sqrt{10}, 0)$ [illegible]

[illegible]

$S \equiv x^2 + y^2 + 4x + 2\lambda_0 y - 6 = 0$ ලෙස ගනිමු

[illegible] $x^2 + y^2 + 4x + 2\lambda y - 6 = 0$ [illegible]

$2.2.2 + 2\lambda_0\lambda = -6 - 6$ එනම් $\lambda = \frac{-10}{\lambda_0}$

[illegible] λ [illegible]

$S \equiv x^2 + y^2 + 4x + 2\lambda_0 y - 6 = 0$ [illegible]

[illegible]

එය $S' = 0$ නම්

$$S' \equiv x^2 + y^2 + 4x - \frac{20}{\lambda_0}y - 6 = 0$$

$S \equiv x^2 + y^2 + 4x + 4y - 6 = 0$ විට $\lambda_0 = 2$

$\therefore S' \equiv x^2 + y^2 + 4x - 10y - 6 = 0$

$S'' \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ලෙස ගනිමු

$S = 0$ හා $S' = 0$, $S'' = 0$ ට [illegible]

$2.2g + 2.2f = c - 6$ [illegible]

$2.2g - 2.5f = c - 6$ වේ.

$\Rightarrow f = 0$

එවිට $S' = x^2 + y^2 + 2gx + 4g + 6 = 0$ වෘත්තය

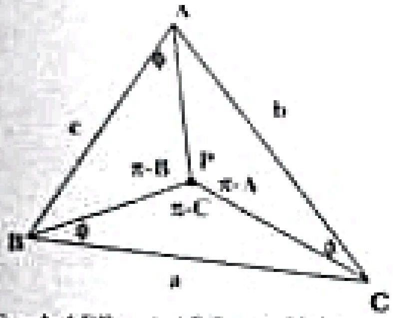
$S = 0$ හා $S' = 0$ වෘත්ත ලක්ෂ්‍යයේ ස්පර්ශ වේ.

$\therefore S = 0$ හා $S' = 0$ වෘත්තවලට ස්පර්ශ වන වෘත්ත කුලයේ සමීකරණය

$S' = x^2 + y^2 + 2g(x + 2) + 6 = 0$ වේ.

09. (a) සයින් නීතිය :- ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සම්මත අංකනයෙන්

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



$$\Delta ABC = \Delta APB + \Delta APC + \Delta CPB$$

$$= \frac{1}{2}c.AP\sin\phi + \frac{1}{2}b.CP\sin\phi + \frac{1}{2}a.BP\sin\phi$$

$$= \frac{abc}{2}\left(\frac{AP}{ab} + \frac{CP}{ac} + \frac{BP}{bc}\right)\sin\phi$$

APB Δ ට සයින් සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$\frac{BP}{\sin\phi} = \frac{c}{\sin(\pi - B)}$$

$$\therefore PB = \frac{c}{\sin B}\sin\phi$$

එසේලෙසම $CP = \dfrac{a\sin\phi}{\sin C}$ හා $AP = \dfrac{b\sin\phi}{\sin A}$

$$\therefore ABC\,\Delta = \frac{abc}{2}\left[\frac{\sin\phi}{a\sin A} + \frac{\sin\phi}{c\sin C} + \frac{\sin\phi}{b\sin B}\right]\sin\phi$$

$$= \left[\frac{bc}{2\sin A} + \frac{ab}{2\sin C} + \frac{ac}{2\sin B}\right]\sin^2\phi$$

$$= \left[\frac{\Delta ABC}{\sin^2 A} + \frac{\Delta ABC}{\sin^2 C} + \frac{\Delta ABC}{\sin^2 B}\right]\sin^2\phi$$

$$\Delta ABC = \Delta ABC\left[\frac{1}{\sin^2 A} + \frac{1}{\sin^2 B} + \frac{1}{\sin^2 C}\right]\sin^2\phi$$

$$\frac{1}{\sin^2\phi} = \frac{1}{\sin^2 A} + \frac{1}{\sin^2 B} + \frac{1}{\sin^2 C}$$

(b) (i) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \alpha$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\tan\alpha = \frac{1}{5}$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{25}} = \frac{5}{12}$$

$$2\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$$

එනම් $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$

(ii) $$\tan 4\alpha = \frac{2\tan 2\alpha}{1 - \tan^2 2\alpha} = \frac{\frac{5}{6}}{1 - \frac{25}{144}} = \frac{5}{6} \times \frac{144}{119}$$

$$= \frac{120}{119}$$

$$4\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{120}{119}\right)$$

එනම් $2\tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{120}{119}\right)$

(iii) $$\tan(4\alpha - \pi/4) = \frac{\tan 4\alpha - \tan\pi/4}{1 + \tan 4\alpha\,.\,\tan\pi/4} = \frac{\frac{120}{119} - 1}{1 + \frac{120}{119}} = \frac{1}{239}$$

$$4\alpha - \pi/4 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right)$$

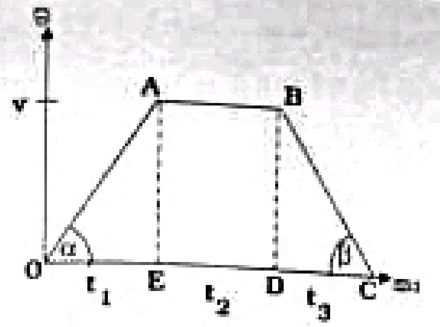
එනම් $\tan^{-1}\left(\frac{120}{119}\right) - \pi/4 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right)$

$$4\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \pi/4 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right)$$

එනම් $4\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right) = \pi/4$

*****

01.



$\tan\alpha = \frac{1}{3}$ $\quad\tan\beta = 1$

(a) මුළු කාලය 60 බැවින්

$t_1 + t_2 + t_3 = 60$ ——— ① හා

OAE Δ + ABDE ▭ + BDC Δ = 432 —— ②

OAE Δ න්

$\tan\alpha = \frac{1}{3} = \frac{v}{t_1} \Rightarrow t_1 = 3v$ —— ③

BDC Δ

$\tan\beta = 1 = \frac{v}{t_3} \Rightarrow t_3 = v$ —— ④

$(\frac{1}{2} \times t_1 \times v) + (t_2 \times v) + (\frac{1}{2} \times t_3 \times v) = 432$

$\left[\frac{1}{2} \times 3v \times v\right] + \left[t_2 v\right] + \left[\frac{1}{2} \times v \times v\right] = 432$ —— ⑤

①, ③, ④ න් $3v + t_2 + v = 60$

$\Rightarrow t_2 = 60 - 4v$ —— ⑥

⑤ හා ⑥ න්

$\frac{3v^2}{2} + (60 - 4v)v + \frac{1}{2}v^2 = 432$

$\Rightarrow v^2 - 30v + 216 = 0$

$(v - 12)(v - 18) = 0$

$v = 12$ හෝ $v = 18$

නමුත් ⑥ට අනුව v = 18 විය නොහැක.

($\because$ එවිට $t_2 < 0$ බැවිනි)

$v = 12$ විට $t_1 = 36, t_2 = 12, t_3 = 12$ වේ.

OAE Δ : ABDE ▭ : BDC Δ

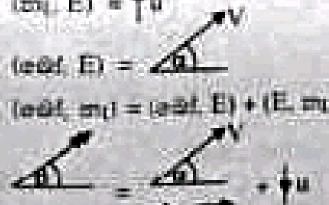
$= \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 12 \times 12\right) : (12 \times 12) : \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 12\right)$

$= \frac{3}{2} : 1 : \frac{1}{2} = 3 : 2 : 1$

(b) (ක්‍ෂු, E) = ↑u

(බෝට්, E) = ∠α V

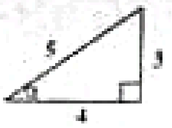
(බෝට්, ක්‍ෂු) = (බෝට්, E) + (E, ක්‍ෂු)

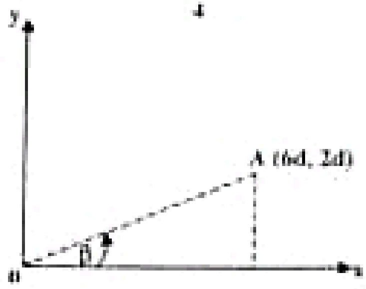


$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$

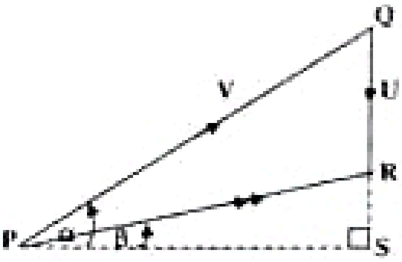
$= \overrightarrow{PR}$

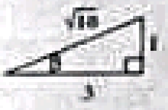
මෙහි $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ ලෙස දී ඇත.





$\tan\beta = \frac{2d}{6d} = \frac{1}{3}$





($\because \alpha > \beta$ බැවින්)

PQS Δ න්

$QS = V\sin\alpha = \frac{3V}{5} \Rightarrow RS = QS - QR = \frac{3V}{5} - u$

$PS = V\cos\alpha = \frac{4V}{5}$

PRS Δ න්

$\tan\beta = \frac{RS}{PS} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\frac{3V}{5} - u}{\frac{4V}{5}} = \frac{3V - 5u}{4V} \Rightarrow 4V = 9V - 15u$

$\Rightarrow 5V = 15U \Rightarrow V = \underline{\underline{3u}}$

ගැටුවට ගතවන කාලය $= \frac{\sqrt{(6d)^2 + (2d)^2}}{|\overrightarrow{PR}|}$ —— ① වේ.

නමුත් බෝට්ටුව x අක්ෂය ඔස්සේ ද චලිතය සැලකීමෙන් එනම්, $\frac{6d}{|\overrightarrow{PS}|}$ කාලයක් ගතවන බව පෙනේ.

$t = \frac{6d}{\frac{4V}{5}} = \frac{30d}{4v} = \frac{30d}{4 \times 3u} = \frac{30d}{12u} = \frac{5d}{2u}$ වේ.

① න් ද මෙම ලබා ගැනීමට හැකි උත්තරය සත්‍යයි.

02. (a) (සෝපා, E) $= \uparrow F$

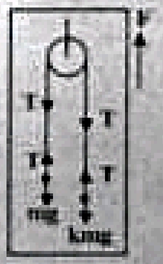
(km අංශු) $= \downarrow f$ } යයි ගනිමු.
(m අංශු) $= \uparrow f$

(km E) = (km අංශු) + (සෝපා E)

$= \downarrow f + \uparrow F = \downarrow (f - F)$

(m E) = (m අංශු) + (සෝපා E)

$= \uparrow f + \uparrow F = \uparrow (f + F)$



$F = ma$ යෙදීමෙන්

(km) ↑ $kmg - T = km(f - F)$ — (1)

(m) ↑ $T - mg = m(f + F)$ — (2)

(1) + (2) න් $mg(k-1) = mf(k+1) - mF(k-1)$

$g(k-1) + F(k-1) = f(k+1)$

$$\frac{(k-1)(g+F)}{(k+1)} = f$$

(2) × k − (1) න්

$T + kT - 2kmg = 2kmF$

$T(1+k) = 2km(F+g)$

$T = 2km\frac{(F+g)}{(1+k)}$

එවිට කිරි අංශුව (km) නිශ්චලතාවයේ පැවතීමට නම්

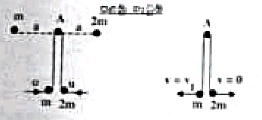
(km සඳහා) $\downarrow (f - F) = 0$ විය යුතුය

∴ එම අවස්ථාවේ $k\,mg = T$ විය යුතුය ((1) න්)

$\Rightarrow k\,mg = 2km\frac{(F+g)}{(1+k)} \Rightarrow g + gk = 2F + 2g$

$\Rightarrow gk - g = 2F \Rightarrow \frac{g(k-1)}{2} = F$ (∵ $k > 1$ නිසා)

(b) පළමු ගැටුම



(ගැටුමකට මොහොතකට පෙර) (ගැටුමකට මොහොතකට පසු)

දෙවන ගැටුම

ගෝලය ලෙසම a දුරක් සිරස්ව [illegible] ගැටුමට මොහොතකට පෙර [illegible] වේ.

m අංශුව සඳහා ශ. සං. නියමය යෙදීමෙන්

$0 = \frac{1}{2}mu^2 - mga \Rightarrow u^2 = 2ga$

ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමයෙන්

← $2mu - mu = mv_1 + (2m \times 0)$

$\therefore v_1 = u$

නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමයෙන්

$v_1 + 0 = e(u + u) \Rightarrow e = \frac{1}{2}$ (∵ $v_1 = u$ නිසා)

(I) දෙවන ගැටුම සලකමු

ග. සං. නි. යෙදීමෙන්

→ $mv_3 + 2mv_2 = mu + 2m \times 0$

$\Rightarrow v_3 + 2v_2 = u$ — (1)

නි. ප. නි.

$v_2 - v_3 = \frac{1}{2}(u + 0)$ — (2)

(1) + (2) න් $3v_2 = \frac{3u}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{u}{2}$

එවිට (1) න් $v_3 = 0$ වේ. එනම් [illegible] අංශුව නිශ්චල වේ.

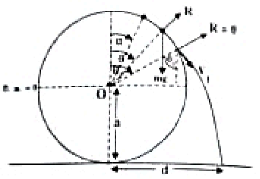
(II) දෙවන ගැටුමෙන් පසු පද්ධතියේ චාලක ශක්තිය

$$= \left(\frac{1}{2} \times m \times 0\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2m \times v_2^2\right)$$

(∵ ගැටුම [illegible] $v_3 = 0$ බැවින් නිසා)

$$= mv_2^2 = m\frac{u^2}{4} = \frac{m}{4} \times 2ga = \frac{1}{2}mga$$

03.



ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීමෙන්

(i) $0 + mga\cos\alpha = \frac{1}{2}m(a\dot{\theta})^2 + mga\cos\theta$

$a\dot{\theta}^2 = 2g(\cos\alpha - \cos\theta)$ — (1)

(ii) [illegible] දිශාවට $F = ma$ යෙදීමෙන්

$mg\cos\theta - R = ma\dot{\theta}^2$

$R = mg\cos\theta - m.2g(\cos\alpha - \cos\theta)$ ((1) න්)

$R = mg(3\cos\theta - 2\cos\alpha)$ — (2)

(iii) අංශුව ගෝලය අතහරින අවස්ථාවේ

$R = 0$ වේ. එවිට $\theta = \theta_1$ නම් (2) න්

$3\cos\theta_1 - 2\cos\alpha = 0 \Rightarrow \cos\theta_1 = \frac{2}{3}\cos\alpha$

මේසයේ සිට එම ස්ථානයට

ඇති උස $= a + a\cos\theta_1$

$= a + a\frac{2}{3}\cos\alpha$

$= a\left[1 + \frac{2}{3}\cos\alpha\right]$ — (3)

(iv) $\theta = \theta_1$ විට අංශුවේ වේගය v_1 නම්

$v_1 = a\dot{\theta}_1$ හා $\cos\theta_1 = \frac{2}{3}\cos\alpha$ බැවින්

(1) න් $a\frac{v_1^2}{a^2} = 2g\left[\cos\alpha - \frac{2}{3}\cos\alpha\right]$

$v_1^2 = \frac{2}{3}ga\cos\alpha = \frac{2}{3}\cdot ga\cdot\frac{3}{4}$

(∵ $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ ලෙස දී ඇත)

$v_1^2 = \frac{1}{2}ga \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{ga}{2}}$

සහ $\cos\theta_1 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{3}$ වේ.

අංශුව ගෝලය අතහැර ගිය පසු [illegible] චලිතය

→ තිරස් ප්‍රවේගය $= v_1\cos\pi/3 = v_1/2$

↓ සිරස් ප්‍රවේගය $= v_1\sin\pi/3 = \sqrt{3}v_1/2$

මේසයේ සිට අංශුවට සිරස් උස $= a\left[1 + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}\right]$ (3) ට අනුව

$= \frac{3a}{2}$

↓ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන් $\frac{3a}{2} = \frac{\sqrt{3}v_1}{2}t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$

$gt_1^2 + \sqrt{3}v_1t_1 - 3a = 0$ — (4)

තිරස් විස්ථාපනය සැලකීමෙන්

→ $d - \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{v_1}{2}t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2d - a\sqrt{3}}{v_1}$ — (5)

(4) හා (5) න් t_1 ඉවත් කළ විට

$$g\left(\frac{2d - a\sqrt{3}}{v_1}\right)^2 + \sqrt{3}\,v_1\left(\frac{2d - a\sqrt{3}}{v_1}\right) - 3a = 0$$

$$g(4d^2 - 4\sqrt{3}ad + 3a^2) + v_1^2(2\sqrt{3}d - 3a - 3a) = 0$$

$$4gd^2 - 4\sqrt{3}adg + 3ga^2 + \frac{ga}{2}(2\sqrt{3}d - 6a) = 0$$

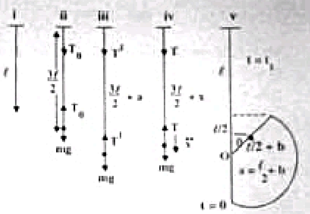
(∵ $v_1 = \sqrt{\frac{ga}{2}}$)

$\Rightarrow 4d^2 - 4\sqrt{3}ad + 3a^2 + \sqrt{3}ad - 3a^2 = 0$

$\Rightarrow 4d^2 = 3\sqrt{3}ad$

$\Rightarrow d \neq 0$ නිසා $d = \frac{3\sqrt{3}a}{4}$

04.



λ සඳහා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය යැයි ගනිමු.

II න් $T_0 = mg$ — (1)

හා $T_0 = \frac{\lambda\, l/2}{l}$ — (2) (විතතිය $\frac{l}{2}$ බැවින්)

(1) හා (2) න් $mg = \frac{\lambda}{2}$

$\lambda = 2mg$

IV අවස්ථාව සලකමු

$F = ma$ යෙදීමෙන්

$mg - T = m\ddot{x}$

$T = \frac{\lambda(l/2 + x)}{l}$

$mg - \frac{2mg}{l}\left(\frac{l}{2} + x\right) = m\ddot{x}$ (∵ $\lambda = 2mg$ නිසා)

$mg - mg - \frac{2mg}{l}x = m\ddot{x}$

$\ddot{x} = -\frac{2g}{l}x$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$; $\omega^2 = \frac{2g}{l}$ බැවින්

මෙම සමීකරණය [illegible] **සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව** [illegible]

මෙය ස. අ. ච. [illegible] O කේන්ද්‍රය $\ddot{x} = 0$ වන $x = 0$ විට වේ. [illegible]

∴ $-\frac{l}{2} \leq x \leq a$ විට චලිතය සරල අනුවර්තී වේ.

(∵ x යනු [illegible]) $a < l/2$ විට

එවිට චලිතය [illegible] $2\pi/\omega$

(iv) $a = \frac{\ell}{2} + b \; ; (b > 0)$

[illegible] O [illegible] $\ell/2$ [illegible] (∵ [illegible]) [illegible] $\frac{\ell}{2} + b$ වේ.

(v) [illegible] t_1 නම්

$t_1 = \frac{\pi - \theta}{\omega}$ වේ. $\cos\theta = \frac{\ell/2}{\ell/2 + b} = \frac{\ell}{\ell + 2b}$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{2g}{\ell}}}\left(\pi - \cos^{-1}\left(\frac{\ell}{\ell + 2b}\right)\right)$$

$$= \sqrt{\frac{\ell}{2g}}\left(\pi - \cos^{-1}\frac{\ell}{\ell + 2b}\right)$$

[illegible] ([illegible])

[illegible] $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ [illegible]

t [illegible] $\dot{x} = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t$

$t = 0$ විට $\dot{x} = 0$ ද $x = a$ ද වේ.

$\therefore a = A\cos(\omega \times 0) + B\sin(\omega \times 0) \Rightarrow A = a$

හා $0 = -a\omega\sin(\omega \times 0) + B\omega\cos(\omega \times 0) \Rightarrow B = 0$

එවිට $x = a\cos\omega t$, [illegible]

$T > 0$ [illegible]

I $a < \frac{\ell}{2}$ නම්,

[illegible] $= \frac{\ell}{2} + a\cos\omega t$ වේ.

[illegible] t සඳහා $-1 \le \cos\omega t \le 1$ නිසා හා $a < \frac{\ell}{2}$ නිසා

$\frac{\ell}{2} + a\cos\omega t > 0$ වේ. [illegible] t සඳහා $T > 0$ වේ.

∴ [illegible] a ද [illegible] $2\pi/\omega$ ද වේ.

II $a = \frac{\ell}{2} + b$ නම් $x = (\frac{\ell}{2} + b)\cos\omega t$

t [illegible] $= \frac{\ell}{2} + (\frac{\ell}{2} + b)\cos\omega t$

$t = t_1$ [illegible] $T = 0$ වේ.

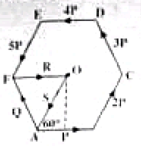
$\frac{\ell}{2} + (\frac{\ell}{2} + b)\cos\omega t_1 = 0$ වේ. (∵ [illegible] $= 0$ විට $T = 0$ නිසා)

$\Rightarrow \omega t_1 = \cos^{-1}\left(-\frac{\ell}{\ell + 2b}\right) \Rightarrow \omega t_1 = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{\ell}{\ell + 2b}\right)$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega}\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{\ell}{\ell + 2b}\right)\right]$$

05. (i) [illegible]

O [illegible]



$(P + 2P + 3P + 4P + 5P)\; a\sin 60 = Q \times a\sin 60$

$Q = 15P$

[illegible]

$\rightarrow P + R - 4P + 2P\cos 60 - 3P\cos 60 - 5P\cos 60$
$Q\cos 60 - S\cos 60 = 0$

$\Rightarrow R = 6P + (Q + S)\frac{1}{2}$

$\uparrow 2P\cos 30 + Q\cos 30 - 5P\cos 30 + 3P\cos 30$
$- S\cos 30 = 0$

$\Rightarrow Q = S$

$\therefore Q = S = 15P\,,\; R = 21P$

II [illegible] නම්

$(P + 2P + 3P + 4P + 5P - Q)\, a\sin 60 = Pa\sqrt{3}$

$\Rightarrow (15P - Q)\, a\frac{\sqrt{3}}{2} = Pa\sqrt{3} \Rightarrow Q = 13P$

[illegible]

$Q = S = 13P$ හා

$R = 6P + 13P = 19P$ වේ.

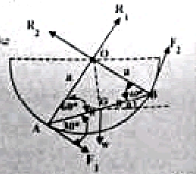
(ii) AB [illegible]

$F_1 = \mu R_1$ හා $F_2 = \mu R_2$

$OA = OB = AB = a$ නිසා

$O\hat{A}B = \pi/3$

[illegible] B [illegible]



$W \times \frac{a}{2}\cos\theta + F_1 \times a\sin 30° = R_1 \times a\sin 60°$

$\frac{W\cos\theta}{2} + \mu R_1 \times \frac{1}{2} = R_1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$W\cos\theta = R_1(\sqrt{3} - \mu)$

$R_1 = \frac{W\cos\theta}{(\sqrt{3} - \mu)}$

[illegible] A [illegible]

$W \times \frac{a}{2}\cos\theta = R_2 \times a\sin 60 + \mu R_2\, a\sin 30$

$R_2 = \frac{W\cos\theta}{\sqrt{3} + \mu}$ [illegible]

O [illegible]

$F_1 \times a + F_2 \times a = W\sin\theta \times a\sin 60 + W\cos\theta \times 0$

[illegible] W [illegible]

$\mu(R_1 + R_2) = W\sin\theta \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\mu\left(\frac{W\cos\theta}{(\sqrt{3} - \mu)} + \frac{W\cos\theta}{(\sqrt{3} + \mu)}\right) = W\sin\theta\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\mu W\cos\theta\left(\frac{\sqrt{3} + \mu + \sqrt{3} - \mu}{(\sqrt{3} - \mu)(\sqrt{3} + \mu)}\right) = W\sin\theta\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{2\mu}{\sqrt{3}}\left(\frac{2\sqrt{3}}{3 - \mu^2}\right) = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\frac{4\mu}{3 - \mu^2} = \tan\theta$

06. (a) [illegible] AC [illegible]

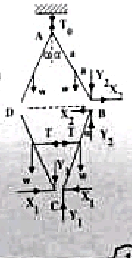
[illegible]

$\therefore Y_1 = 0$

∴ BC [illegible] ↓ [illegible]

$Y_2 = w$

AB [illegible] A [illegible]



$W \times a\sin\alpha + Y_2 \times 2a\sin\alpha = X_2 \times 2a\cos\alpha$

$W\sin\alpha + 2W\sin\alpha = 2X_2\cos\alpha$

$X_2 = \frac{3W}{2}\tan\alpha$

CB [illegible] C [illegible]

$(W \times a\sin\alpha) - (X_2 \times 2a\cos\alpha) -$
$Y_2 \times 2a\sin\alpha + T \times a\cos\alpha = 0$

$T\cos\alpha = 2X_2\cos\alpha + 2Y_2\sin\alpha - W\sin\alpha$

$T = 2X_2 + 2Y_2\tan\alpha - W\tan\alpha$

$= 3W\tan\alpha + 2W\tan\alpha - W\tan\alpha$

$T = 4W\tan\alpha$

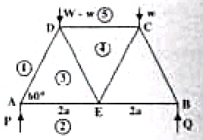
BC [illegible]

$\leftarrow X_1 + X_2 = T$

$X_1 + \frac{3W\tan\alpha}{2} = 4W\tan\alpha$

$\Rightarrow X_1 = \frac{5W\tan\alpha}{2}$ හා $Y_1 = 0$

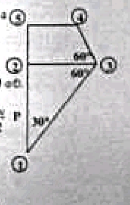
(b)



B [illegible]

$w \times a + (W - w)\,3a = P \times 4a$

$\therefore P = \frac{3W}{4} - \frac{w}{2}$



$W > 2w$ නිසා $P = \frac{3W}{4} - \frac{2w}{4} > 0$ වේ.

$P = \frac{3W}{4} - \frac{w}{2} = W - w - \frac{W}{4} + \frac{w}{2}$

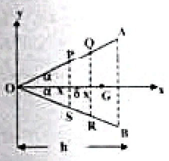
$= W - w - \left[\frac{W - 2w}{4}\right]$

$W > 2w$ නිසා $\frac{W - 2w}{4} > 0$ වේ.

$\therefore P < W - w$ වේ.

දණ්ඩ	ප්‍රත්‍යාබලය	විශාලත්වය
AE	ආතතිය	$\left(\frac{3W}{4}-\frac{w}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{3}}$
DE	තෙරපුම	$\left(\frac{W}{2}-w\right)\frac{1}{\sqrt{3}}$
DC	තෙරපුම	$\frac{W}{2\sqrt{3}}$

07.



සමමිතිකත්වයෙන් කුහර කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි. එය G නම් $G = (\overline{X}, 0)$ ආකාරය වේ.

y අක්ෂයේ සිට x දුරින් වූ පළල δx වන PQRS මුද්‍රව සලකමු.

එම මුද්‍රවේ ස්කන්ධය $= 2\pi x \tan\alpha \times \delta x \sec\alpha \times \sigma$

$\therefore$ කේතුවේ ස්කන්ධය $= \int_0^h 2\pi x \tan\alpha \, dx \sec\alpha \, \sigma$

$= 2\pi \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma \left(\frac{x^2}{2}\right)_0^h$

$= \pi h^2 \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma$

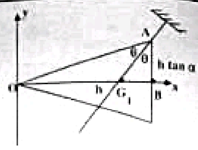
ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ අර්ථ දැක්වීමෙන්

$\pi h^2 \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma \times \overline{x} = \int_0^h 2\pi x \tan\alpha \, dx \, . \sec\alpha \, \sigma \, . x$

$= 2\pi \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma \left(\frac{x^3}{3}\right)_0^h$

$\pi h^2 \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma \, \overline{x} = 2\pi \frac{h^3}{3} \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma$

$\overline{x} = \frac{2}{3} h$



සමමිතිකත්වයෙන් පියන සහිත කුහර කේතුවේ ස්කන්ධ x අක්ෂය මත පිහිටයි. එය G_1 නම් $G_1 = (\overline{\overline{x}}, 0)$ ආකාරය වේ.

Oy අක්ෂය වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$\overline{\overline{x}} [\pi h^2 \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma + \pi h^2 \tan^2\alpha \, \sigma] = (\pi h^2 \tan\alpha \sec\alpha \, \sigma) \frac{2h}{3} + (\pi h^2 \tan^2\alpha \, \sigma) h$

$\pi h^2 \tan\alpha \, \sigma$ වලින් බෙදීමෙන්

$\overline{\overline{x}} [\sec\alpha + \tan\alpha] = (\frac{2}{3}\sec\alpha + \tan\alpha) h$

$$\overline{\overline{x}} = \frac{(\frac{2}{3}\sec\alpha + \tan\alpha) h}{\sec\alpha + \tan\alpha}$$

AG_1 යනු OAB කෝණයේ සමච්ඡේදකය බැවින්

$OG_1 : G_1B = AO : AB$

$$\frac{OG_1}{G_1B} = \frac{AO}{AB}$$

$$\frac{\overline{\overline{x}}}{h - \overline{\overline{x}}} = \frac{h \sec\alpha}{h \tan\alpha}$$

සමානුපාත නියම භාවිතයෙන්

$$\frac{\overline{\overline{x}}}{h - \overline{\overline{x}} + \overline{\overline{x}}} = \frac{h \sec\alpha}{h\sec\alpha + h\tan\alpha}$$

$$\frac{(\frac{2}{3}\sec\alpha + \tan\alpha) h}{(\sec\alpha + \tan\alpha) h} = \frac{\sec\alpha}{(\sec\alpha + \tan\alpha)}$$

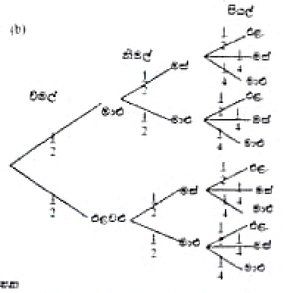
$\tan\alpha = \frac{1}{3}\sec\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{3}$

08. (a) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $P(B) > 0$ විට

i. $P(A/B) = 0 \Rightarrow P(A \cap B) = 0$,
$P(B) > 0$ නිසා
එම සඳහා $(A \cap B)$ අභිශූන්‍ය විය යුතුය
එම සඳහා A හා B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර විය යුතුය

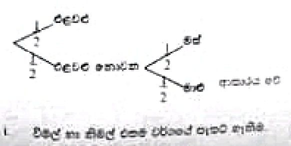
ii. $P(A/B) = P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow$
$P(A \cap B) = P(A).P(B)$
එම සඳහා A හා B ස්වායත්ත විය යුතුය

(b)



සටහන

පියල් ළඟට දෙකට්ටුවක් හෝ අනෙක් දෙදෙනාගෙන් ලැබෙන නිසා ... ලැබීමට හැකි අවස්ථාවේ ... හා ... ගැනීම සඳහා ... බැවින් එම සම්භාවිතාව $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ වෙයි එනම්



ආකාරය වේ

i. විමල් හා නිමල් එකම වර්ගයේ ... ගැනීම.

$(\ldots) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

ii. නිමල් හා පියල් එකම වර්ගයේ ... ගැනීම

$(\ldots) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$

iii. තිදෙනාම එකම වර්ගයේ ගැනීම.

$(\ldots) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

iv. වෙනස් වර්ගවල ... ගැනීම

$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right)$

$= \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$

(c) A : සිසුවා නිවැරදි පිළිතුර දන්නා සිදුවීම
B : සිසුවා නිවැරදි පිළිතුර තෝරා ගැනීම

එවිට $P(A) = \frac{70}{100}$ හා $P(B/A) = 1$

$P(A') = \frac{30}{100}$ හා $P(B/A') = \frac{1}{5}$ (වරණ 5 ක් ඇති බැවින්)

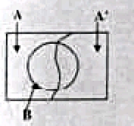
i. දෙන ලද ප්‍රශ්නයකට සිසුවා නිවැරදි පිළිතුර තෝරා ගැනීම

පූර්ණ සම්භාවිතා පිළිබඳ ප්‍රමේයයෙන්

$P(B) = P(B/A) P(A) + P(B/A') P(A')$

$= 1 \times \frac{70}{100} + \frac{1}{5} \times \frac{30}{100}$

$= \frac{70}{100} + \frac{6}{100} = \frac{76}{100}$



ii. නිවැරදි පිළිතුර තෝරාගෙන ඇත්නම් නිවැරදි පිළිතුර දන්නා සිදුවීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව බේස් ප්‍රමේයයෙන්

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) P(A)}{P(B/A) P(A) + P(B/A') P(A')}$$

$$= \frac{1 \times \frac{70}{100}}{\frac{76}{100}} = \frac{70}{76} = \frac{35}{38}$$

16. (a)

ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය	15	30	45	60	75	90
සංඛ්‍යාතය	10	x_1	25	30	x_2	10

[illegible] (7.5 - 22.5)

(22.5 - 37.5) (37.5 - 52.5) ..... [illegible]

මාතය $= L_1 + \dfrac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} C$

[illegible] 52.5 - 67.5 වේ.

$\therefore L_1 = 52.5,\ \Delta_1 = 30 - 25 = 5\ \Delta_2 = 30 - x_2,\ C = 15$ වේ.

$$55 = 52.5 + \left(\frac{5}{5 + 30 - x_2}\right) 15$$

$$2.5 = \frac{75}{35 - x_2} \Rightarrow 87.5 - 2.5x_2 = 75$$

$$\Rightarrow 2.5x_2 = 12.5 \Rightarrow \underline{x_2 = 5}$$

මධ්‍යස්ථය 49.5 නිසා [illegible] 3 [illegible]

$$\text{මධ්‍යස්ථය} = L_1 + \frac{\frac{n}{2} - F}{f_m} C$$

$L_1 = 37.5,\ f_m = 25,\ C = 15,\ F = 10 + x_1$

$$\frac{n}{2} = \frac{10 + x_1 + 25 + 30 + x_1 + 10}{2} = 40 + \frac{x_1}{2}$$

$$\therefore 49.5 = 37.5 + \left(\frac{40 + \frac{x_1}{2} - (10 + x_1)}{25}\right) \times 15$$

$$12 = \frac{3}{5}\left(30 - \frac{x_1}{2}\right) \Rightarrow 20 = 30 - \frac{x_1}{2} \Rightarrow x_1 = 20$$

මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය	අපගමනය $= d_i$	u_i	f_iu_i	$f_iu_i^2$
15	10	-45	-3	-30	90
30	20	-30	-2	-40	80
45	25	-15	-1	-25	25
60	30	0	0	0	0
75	5	15	1	5	5
90	10	20	2	20	40
එකතුව	100			-70	240

මධ්‍යන්‍යය $= A + C\dfrac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}$

$= 60 + \dfrac{15 \times (-70)}{100}$

$= \underline{49.5}$

විචලතාව $= C^2\left\{\dfrac{1}{\sum f_i}\sum f_iu_i^2 - \left(\dfrac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}\right)^2\right\}$

$= 225\left\{\dfrac{240}{100} - \left(\dfrac{-70}{100}\right)^2\right\}$

$= 225\,[\,2.4 - 0.49\,]$

$= \underline{429.75}$

(b)

	I කුලකය	II කුලකය
සංඛ්‍යාව මධ්‍යන්‍යය විචලතාව	$n = 12$ $\bar{x} = 4$ $\sigma_x = 2$	$m = 20$ $\bar{y} = 5$ $\sigma_y = 3$

සංයුක්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{Z}$ නම්

$$\bar{z} = \frac{n\bar{x} + m\bar{y}}{n + m} \quad \text{විට} \quad \bar{z} = \frac{(12 \times 4) + (20 \times 5)}{12 + 20}$$

$$= \frac{148}{32} = \underline{4.625}$$

සංයුක්ත කුලකයේ විචලතාව σ^2 නම්

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i^2 + \sum_{i=1}^{20} y_i^2}{m + n} - (\bar{z})^2$$

$$\sum_{i=1}^{12} x_i^2 = n(\sigma_x^2 + \bar{x}^2) \qquad \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = m(\sigma_y^2 + \bar{y}^2)$$

$= 12\,(4 + 16) \qquad = 20\,(25 + 9)$

$= 240 \qquad = 680$

$$\therefore \sigma_z^2 = \frac{240 + 980}{12 + 20} - (4.625)^2$$

$= 7.359$

$\therefore$ සම්මත අපගමනය (සංයුක්ත කුලකයේ)

$= \sqrt{7.359} \approx \underline{2.712}$

******

Past Papers Wiki - Most Extensive Wikipedia of Past Papers!