ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2023 (2024)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2023 (2024)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2023 (2024)

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) පන්තියක සිටින සිසුන් අතුරෙන්, 30 දෙනකු ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවෙහි ද, 20 දෙනකු වොලිබෝල් ක්‍රීඩාවෙහි ද, 14 දෙනකු චෙස් ක්‍රීඩාවෙහි ද යෙදේ. තව ද, 12 දෙනකු ක්‍රිකට් හා වොලිබෝල් ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම ද, 4 දෙනකු ක්‍රිකට් හා චෙස් ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම ද, 5 දෙනකු වොලිබෝල් හා චෙස් ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම ද, 9 දෙනකු චෙස් ක්‍රීඩාවේ පමණක් ද යෙදෙන බව ද දී ඇත.

ක්‍රීඩා තුනෙහි ම යෙදෙන සිසුන් සංඛ්‍යාව, එක ක්‍රීඩාවකවත් නොයෙදෙන සිසුන් ගණනට සමාන නම්

(i) ක්‍රීඩා තුනෙහි ම යෙදෙන

(ii) වොලිබෝල් ක්‍රීඩාවේ පමණක් යෙදෙන

(iii) පන්තියේ සිටින

සිසුන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(*b*) සත්‍යතා වගු භාවිතයෙන්,

(i) $[p \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \vee \sim q)$ සංයුක්ත ප්‍රස්තුතය පුනරුක්තියක් බව ද,

(ii) $(p \vee q) \Rightarrow r$ හා $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ සංයුක්ත ප්‍රස්තුත තර්කානුසාරීව තුල්‍ය බව ද,

පෙන්වන්න.

12. (*a*) **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n}(3r+1)(r+2) = n(n+2)(n+3)$$ බව සාධනය කරන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{Ar+B}{(2r+1)^2(2r+3)^2}$ සහ $f(r) = \dfrac{1}{(2r+1)^2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි A හා B යනු තාත්ත්වික නියත වේ.

$U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි A හා B හි අගයන් සොයන්න.

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{9} - \frac{1}{(2n+3)^2}$$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී වන බව පෙන්වා, එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\sum_{r=15}^{\infty} U_r$ සොයන්න.

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

13. (*a*) $k\,(\neq 0)$ යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු.

$kx^2 + \sqrt{k}\,x + k - 1 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල ඇත.

$0 < k < \frac{5}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$x = 1$, මෙම සමීකරණයේ මූලයක් බව දී ඇති විට k හි අගය සොයන්න.

(*b*) $p(x) = 2x^3 + 5x^2 + ax + b$ යැයි ගනිමු. $(2x + 1)$ යන්න $p(x)$ හි සාධකයක් බව හා $(x + 2)$ මගින් $p(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 9 බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $p(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න.

14. (*a*) x හි ආරෝහණ බල ඇසුරෙන් වූ $(2 - x)^6$ ප්‍රසාරණයේ පළමු පද තුන සොයන්න.

ඒ නයින්, $(1 + kx)(2 - x)^6$ ප්‍රසාරණයේ x^2 හි පදය නොමැති වන පරිදි වූ k හි අගය සොයන්න.

(*b*) රු. 500 000 ක් තැන්පත් කිරීමෙන්, වාර්ෂික $r\%$ පොලියක් මාසිකව වැල් පොලී කර ගෙවන බැංකු ගිණුමක් පුද්ගලයකු මසක ආරම්භයේ දී විවෘත කරයි. ඉන්පසු සෑම මසක ම ආරම්භයේ දී රු. B මෙම පුද්ගලයා ගිණුමට බැර කරයි. රු. A_n යනු n වෙනි මාසය සඳහා පොලිය එකතු කළ විගස ගිණුමේ ශේෂය යැයි ගනිමු. $A_1 = 502500$ බව දී ඇත. $r = 6$ බව පෙන්වන්න.

$$A_2 = (1.005)^2 A + (1.005)B \text{ හා}$$
$$A_3 = (1.005)^3 A + \left[(1.005)^2 + 1.005\right]B$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි $A = 500\,000$ වේ.

$A_6 = 700\,000$ වන පරිදි B හි අගය සොයන්න. (පිළිතුර සුළු කිරීමට අවශ්‍ය නැත.)

15. $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv (4, 5)$ යැයි ගනිමු.

C යනු, $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය වේ; මෙහි O යනු මූලය වේ. BC සහ OC රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

D යනු AC මත $AD : DC = 1 : 2$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය වේ.

OD රේඛාවේ සමීකරණය සොයා එය AB හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යයේ දී AB හමුවන බව පෙන්වන්න.

$OABC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

දික් කරන ලද BC රේඛාව මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ, $OACE$ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වන පරිදි ය. E ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

16. (*a*) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\left(2x^2+3x\right)\left(\sqrt{x^2+4}-2\right)}{x^3}$ අගයන්න.

(*b*) පහත එක එකක් x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(i) $xe^{x^2}+\dfrac{4}{x}-3$, (ii) $(x+1)\ln(2x^2+3x+e)$, (iii) $\dfrac{\left(2x^2+1\right)^2}{\left(x^3+2x\right)}$.

(*c*) වර්ගඵලය 64 m^2 වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩයෙන් යුත් බිම් කැබැල්ලක් වටා වැටක් සෑදීමට ගොවියෙකුට අවශ්‍යව ඇත. සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග x m යැයි ගනිමු. වැටෙහි මුළු දිග L m යන්න $L=2x+\dfrac{128}{x}$; $x>0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$x=8$ විට L අවම වන බව පෙන්වා, L හි අවම අගය සොයන්න.

17. (*a*) **භින්න භාග** භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{x(x^2-1)}\,dx$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_1^2 \left(\sqrt{x}+1\right)^2 \ln x\,dx$ හි අගය සොයන්න.

(*c*) පහත වගුවෙන්, 0 හා 0.6 අතර, දිග 0.1 ක් වූ ප්‍රාන්තරවල දී x හි අගයන් සඳහා $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}}{x^4+1}$ යන ශ්‍රිතයෙහි අගයන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදිව දෙයි:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$f(x)$	0	0.632	0.893	1.087	1.233	1.331	1.371

සිම්සන් නීතිය භාවිතයෙන්, $y=f(x)$, $x=0.6$ හා $y=0$ වක්‍රවලින් ආවෘත වූ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

* * *